

المحاضرة الثانية

- نعتبر هنا في الميكانيك صياغة دالة معضوم كوك
 - معضوم العزم المركز لحركة وحركته
 - معضوم كوك المركبة لمتحرك
 - مشتقة العزم المركز للفرضية والمتصلة
 - (معضوم الدراسة من أجل الجسم الصلب)
 - ونعتبر هنا معضوم الطاقة المركبة للحركة
 - وهو يتبع معضوم الطاقة المركبة لنقطة
 - ونقسم المعطيات إلى:



• معضوم أن العلاقات العزم، المركز، الجسم الصلب
 - ويرجع ذلك لنقطة منه هي:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_s} &= A P_s - F q_s - E r_s \\ \sigma_{y_s} &= -F P_s + B q_s - D r_s \\ \sigma_{z_s} &= -E P_s - D q_s + C r_s \end{aligned}$$

(*)

هذه العلاقات تكافئ:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x_s} \\ \sigma_{y_s} \\ \sigma_{z_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_s \\ q_s \\ r_s \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned} &= \left(\int (y_s^2 + z_s^2) dm \right) P_s \vec{e}_1 \\ &+ \left(\int (z_s^2 + x_s^2) dm \right) q_s \vec{e}_2 \\ &+ \left(\int (x_s^2 + y_s^2) dm \right) r_s \vec{e}_3 \\ &- \left(\int (x_s z_s) dm \right) P_s \vec{e}_2 \\ &= (I_{x_s} P_s - P_{x_s} q_s - P_{y_s} r_s) \vec{e}_1 \\ &+ (-P_{x_s} z_s P_s + I_{y_s} q_s - P_{y_s} z_s r_s) \vec{e}_2 \\ &+ (-P_{x_s} z_s P_s - P_{y_s} z_s q_s + I_{z_s} r_s) \vec{e}_3 \end{aligned}$$

ثم نأخذ المسقط على المحاور الأساسية

$$\begin{aligned} \sigma_{x_s} &= (\text{القوس الأول}) \\ \sigma_{y_s} &= (\text{القوس الثاني}) \\ \sigma_{z_s} &= (\text{القوس الثالث}) \end{aligned}$$

بالتالي:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_s} &= A P_s - F q_s - E r_s \\ \sigma_{y_s} &= -F P_s + B q_s - D r_s \\ \sigma_{z_s} &= -E P_s - D q_s + C r_s \end{aligned}$$



انتهت المحاضرة الثانية

$$\Rightarrow T = \frac{I_2}{2} \cdot \dot{\theta}^2$$

حيث I_2 هو عزم العطالة حول محور دوران وهي الطاقة الحركية لجسم صلب يدور حول محوره كما أنه

• العزم المرن بالنسبة لمحور دوران

$$I_2 = I_2 \cdot \dot{\theta}^2$$

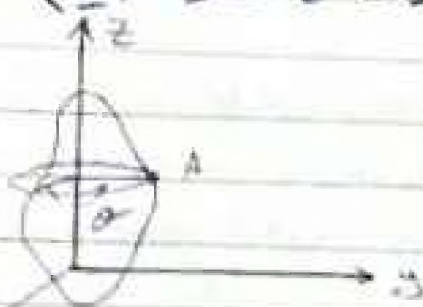
بالطاقة الحركية بالنسبة

للجسم ثابت والعزم المرن بالنسبة لمحور

نقطة هي:

$$\frac{dT}{d\dot{\theta}} = I_2 \cdot \dot{\theta}$$

(على اعتبار أن $\dot{\theta}$ عنصر تفاضلي)



• جسم صلب يدور حول محوره بالنسبة

لنقطة ثابتة منه O :

أخذ حلبة إحداثية نظامية وثابتة ونربط

على الجسم حلبة ثابتة Ox, Oy, Oz

متساوية لدرجة الموافقة لهذه الحركة

كما يلي:

• منه ثابته المتغيرات:

جسم صلب يدور حول محوره:

- لنفرض S جسم صلب وثابتة

جسم صلب A كتلته dm

ومسرعته v عند:

الطاقة الحركية لهذا الجسم بالنسبة

$$\frac{v^2}{2} dm$$

وبالتالي الطاقة الحركية للجسم S

$$T = \int \frac{v^2}{2} dm$$

بأن الحركة هي دوران حول محور:

$$v = \omega \cdot r = \dot{\theta} \cdot r$$

حيث r هو شدة زاوية الدوران

وبالتالي:

$$T = \int \frac{\dot{\theta}^2 \cdot r^2}{2} dm$$

إن $\dot{\theta}$ مستقل عن dm

$$\Rightarrow T = \dot{\theta}^2 \cdot \left[\int \frac{r^2}{2} dm \right]$$

وهو عزم العطالة بالنسبة لمحور

الدوران

حيث r هو نصف قطر الدائرة التي يترك

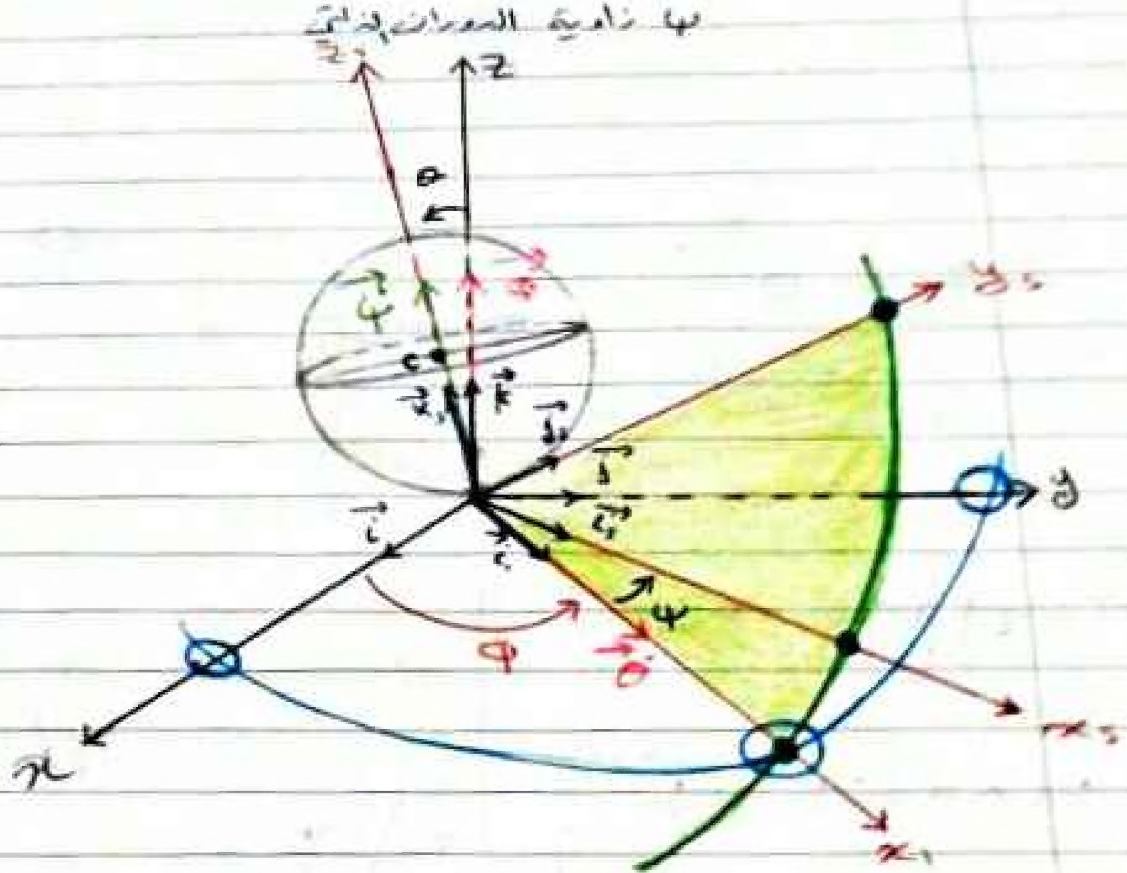
عليها الجسم A أو بعد النقطة A عن

محور الدوران

والزاوية الزاوية التي يعيها الجسم

المضرب هي زاوية الدوران للجسم كله

نفس هذه المجموعة على أمد
و نلاحظ أنها تسمى : θ زاوية التناظر
 ϕ زاوية التفرع
 ψ زاوية الدوران في الزمان

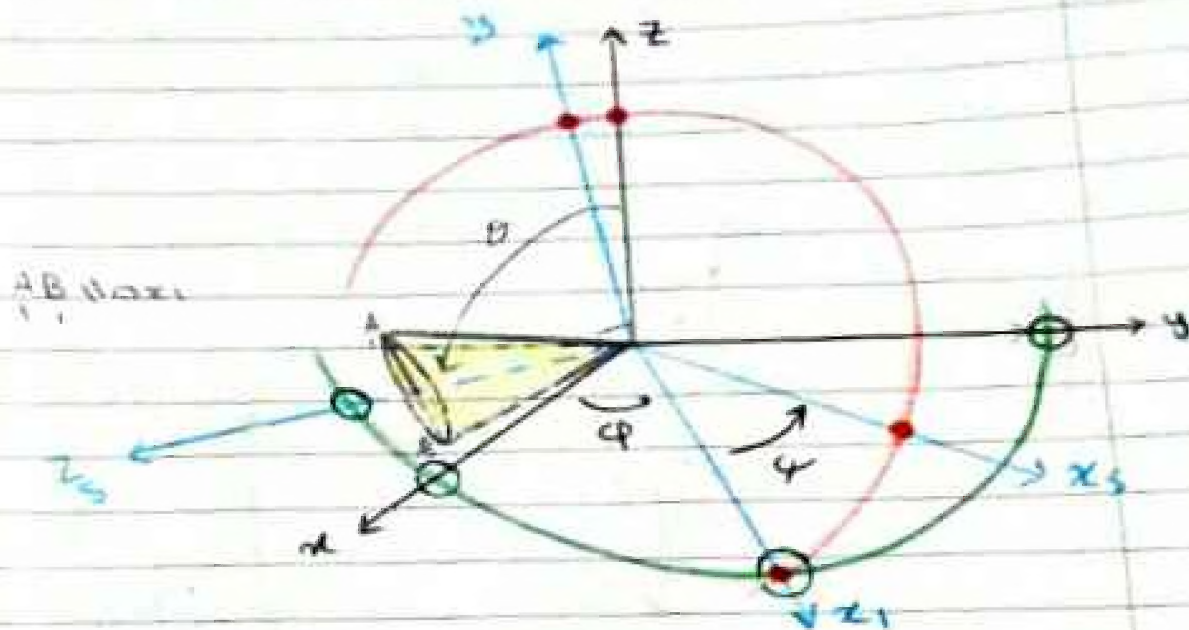


حيث x, y, z هي مستقيمات الفصل المتكافئة للثلاث
(أو حفظ الألف)

والجمل x, y, z هي ثلاثية نظامية متساوية مع الجسم

ويسمى θ هو الدوران الذاتي أي انحناء من نقاط هذا الجسم

المكانة $\theta = \frac{\pi}{2}$ في جميع النقاط



$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} \int_V \left[(q_s z_s - v_s y_s) \vec{i}_s \right.$$

$$+ (v_s x_s - p_s z_s) \vec{j}_s$$

$$\left. + (p_s y_s - q_s x_s) \vec{k}_s \right] dm$$

وبما أن نقطة مساهمة فيكون

$$2T = \int_V (q_s z_s - v_s y_s)^2 dm$$

$$+ \int_V (v_s x_s - p_s z_s)^2 dm$$

$$+ \int_V (p_s y_s - q_s x_s)^2 dm$$

انما كانت الحركة دوران حول نقطة ثابتة يكون

$$T = \int_V \frac{v^2}{2} dm$$

$$= \frac{1}{2} \int_V (\vec{\omega} \wedge \vec{OA})^2 dm$$

$$= \frac{1}{2} \int_V \begin{vmatrix} \vec{i}_s & \vec{j}_s & \vec{k}_s \\ p_s & q_s & v_s \\ x_s & y_s & z_s \end{vmatrix}^2 dm$$

مشتقات الجرافية العلاقة الظاهر =
النسبة لـ P_s

$$\frac{\partial T}{\partial P_s} = 2AP_s - 2F \cdot q_s - 2E \cdot r_s$$

بالمشتقات العلاقات (*) عند أن

$$\frac{\partial T}{\partial P_s} = AP_s - F \cdot q_s - E \cdot r_s = \sigma_{x_s}$$

أي أن σ_{x_s} تساوي المشتقة الجزئية
للطاقة الحركية بالنسبة لـ P_s

وبالمثل نجد:

$$\frac{\partial T}{\partial q_s} = \sigma_{y_s}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r_s} = \sigma_{z_s}$$

أي أن المشتقات الجزئية للطاقة هي
مركبات العزم الحركي.

وبالتالي وجدنا:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x_s} \\ \sigma_{y_s} \\ \sigma_{z_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_s \\ q_s \\ r_s \end{bmatrix}$$

لعمامة وجدنا:

$$T = [P_s \ q_s \ r_s] \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_s \\ q_s \\ r_s \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2T = \int \left(\dot{x}_s^2 + \dot{y}_s^2 + \dot{z}_s^2 + r_s^2 x_s^2 + P_s^2 z_s^2 + P_s^2 y_s^2 + q_s^2 x_s^2 \right) dm$$

$$- 2 \int z_s y_s dm \cdot q_s r_s$$

$$- 2 \int x_s z_s dm \cdot r_s P_s$$

$$- 2 \int y_s x_s dm \cdot P_s q_s$$

$$\Rightarrow 2T = \int (\dot{z}_s^2 + \dot{y}_s^2) dm \cdot P_s^2 = I_{y_s} = A$$

$$+ \int (\dot{z}_s^2 + \dot{x}_s^2) dm \cdot q_s^2 = I_{x_s} = B$$

$$+ \int (\dot{y}_s^2 + \dot{x}_s^2) dm \cdot r_s^2 = I_{z_s} = C$$

$$- 2D \cdot q_s r_s - 2E \cdot r_s P_s - 2F \cdot P_s q_s$$

$$\Rightarrow 2T = AP_s^2 + Bq_s^2 + Cq_s^2$$

$$- 2D q_s r_s - 2E r_s P_s - 2F P_s q_s$$

ليكن إشارات مهمة ما يلي:

$$[1] \quad d\vec{r} = \vec{v} dt$$

$$[2] \quad d\vec{r} = \vec{v} dt$$

$$[3] \quad d\vec{r} = \vec{v} dt$$

• إن مادة سطح ناقص لمطابقة

$$Ax_s^2 + By_s^2 + Cz_s^2 - 2D_{xy}x_s y_s - 2E_{xz}x_s z_s - 2F_{yz}y_s z_s = 1$$

$$- 2E_{xz}x_s z_s - 2F_{yz}y_s z_s = 1$$

• إذا كانت $\alpha < 1$ ينتج عن ناقص لمطابقة

مركزه ليس في مجموعة مستوية

وإذا كانت $\alpha = 1$ ينتج الجسم ليس

ويشبه سطح القطر

إذا كان $\alpha = 1$ أي ليس فقط فالمعادلة

ليست معادلة كرة أي سطح ناقص

وباستنتاج المادة الأخيرة بالنسبة

α ينتج

$$Ax_s^2 - Fy_s^2 - Cz_s^2 = 0$$

وهي مركبات متجه توصيه ناقصا سطح

النقص

نقطة كمية الحركة للمادة

إذا كانت M نقطة مادية سرعتها \vec{v}

تنتج m تؤثر عليها قوة \vec{F} (أو مجموعة قوى)

وبالتالي

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

كمية الحركة لها

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

أي أن مشتق كمية الحركة هو القوة المؤثرة

• لو كانت $S = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ أي مجموعة

نقاط مادية مختلفة

نقطة النقطة M_i سرعتها \vec{v}_i تنتج m_i

هذه النقاط تؤثر بعضا ببعض بقوى تسمى

قوى داخلية

ولذلك \vec{F}_i^{int} محصلة هذه القوى الداخلية

في نقطة M_i

و \vec{F}_i^{ext} هي محصلة القوى الخارجية

المؤثرة على هذه النقطة وبالتالي

القوة المؤثرة على M_i هي

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{ext} + \vec{F}_i^{int}$$

وبالتالي

$$\vec{p}_i = m_i \cdot \vec{v}_i$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}_i}{dt} = (\vec{F}_i^{ext} + \vec{F}_i^{int})$$

أي أن مشتق كمية الحركة = مجموع القوى المؤثرة

على نقطة M_i

• إن كانت S

نقطة النقطة M_i

نقطة النقطة M_i

نقطة النقطة M_i

نقطة النقطة M_i

نقطة النقطة M_i



• انقطة الأخيرة الساتنة

note

$$x_s = \frac{p_s}{m_s}$$